

Plädoyer für eine bescheidene Wissenschaft

Stellenwert der Mathematik in der heutigen Bildung

Von Armin P. Barth

Die Mathematik spaltet die Meinungen wie kaum ein anderes Schulfach, einige lieben sie, andere hasse sie, in jedem von uns wirken Spuren des eigenen Mathematikunterrichts nach. Im folgenden Beitrag legt der Autor dar, welche Bedeutung heute Mathematik hat und warum man sich in der Schule damit beschäftigen muss.

Viel zu wenig ist heute bekannt, dass ohne Mathematik fast nichts mehr „läuft“. Das liegt einerseits an einer falschen Bescheidenheit der Mathematik und andererseits daran, dass die Tatsache, dass etwas „läuft“, meistens falsch begründet wird. Wir sagen, die moderne Telekommunikation sei möglich dank leistungsstarker Antennen und Mobiles, das zielsichere Navigieren von Schiffen und Autos sei möglich dank Satelliten und immer günstigerer Navigationssysteme, das Online-Banking sei möglich dank Internet und schneller Leitungen, medizinische Diagnosesysteme seien möglich dank Computern und sehr viel Technik. Das ist alles wahr und blendet doch Wesentliches aus. Es ist, als würde man das Fahren eines Autos auf das Drehen der Räder zurückführen, auf das, was die Bewegung auf den ersten Blick ausmacht. Zweifellos leisten die Räder und die mit ihnen verbundene Technik einen wichtigen Beitrag zum Fahren, sie sind notwendige Bedingung des Fahrens, aber es ist der auf den ersten Blick nicht sichtbare Motor, der eine mindestens so wichtige und unverzichtbare Leistung erbringt. In diese „Auto-Räder-Motor-Falle“ tappen wir oft bei der Beurteilung moderner Errungenschaften; wir preisen das auf den ersten Blick Sichtbare, die Antennen und Mobiles, die Satelliten und Navigationssysteme, die Computer und Leitungen und blenden aus, was diese sichtbaren Techniken überhaupt zu ihrem raffinierten Verhalten veranlasst: die Mathematik.

Unverzichtbare Beiträge der Mathematik

Die Aids-Forschung beispielsweise erbringt hervorragende Leistungen dank sehr viel medizinischem und biologischem Wissen und der Unterstützung durch raffinierte Technik; in den meisten Würdigungen ihrer Leistungen kommt das Wort „Mathematik“ daher nicht einmal vor. Und dennoch liefert die Mathematik im Hintergrund wesentliche und unverzichtbare Beiträge. Bei der Erprobung neuer Wirkstoffe gegen HIV stellt sich etwa die Frage, ob der neue Stoff wirkt oder nicht, ob also ein *kausaler Zusammenhang* besteht zwischen der Verabreichung des Wirkstoffes und dem Rückgang der HI-Viren. Ein solcher Zusammenhang ist meist nicht eindeutig, und dann helfen mathematische Methoden zu entscheiden, ob und mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit eine Kausalität besteht. Weiter spielt in der Aids-Forschung die *Algorithmik* eine wichtige Rolle, also das mathematische „Designen“ von Computerprogrammen. Damit Bakterienproben maschinell nach Spuren von HIV durchsucht werden können, muss der Maschine ein bestimmtes Verhalten

einprogrammiert werden, und dazu sind Programme nötig, die ohne tiefe mathematische Kenntnisse nicht erstellt werden können.

Diese und weitere unverzichtbare mathematische Beiträge zum Gelingen der Forschung sind im „Endprodukt“ je weniger sichtbar, desto öffentlicher es wird: Zeitungen, die von einem möglichen Durchbruch in der Aids-Forschung berichten, erwähnen die Mathematik (natürlich) nicht, wissen nicht einmal davon. Liest man aber einen Forschungsbericht in einer Fachzeitschrift (mit einer vergleichsweise winzigen Leserschaft), so wimmelt es nur von mathematischen Terminologien; sie sind ganz selbstverständlich und unpräzise aufgereiht, denn für die Wissenschaftler gehören sie zum täglichen Brot. Ohne Mathematik wäre ihre Forschung unmöglich. Beispiele dieser Art können beliebig viele ergänzt werden:

- In der Telekommunikation müssen Daten über weite Strecken transportiert werden, sei es nun über Kabel oder durch die Luft. Dazu muss die Information (z.B. das gesprochene Wort beim Telefonieren) in Schwingungen umgeformt werden, die sich dann mit Hilfe einer Trägerschwingung im Medium ausbreiten. Das Modulieren der Information in Wellen, das „Reiten“ der Welle auf der Trägerschwingung und das Demodulieren am Ziel gelingen nur dank einem Grossaufgebot an *Trigonometrie*, einer mathematischen Disziplin mit 2000-jähriger Geschichte.
- Ein Navigationssystem kann die Position eines Fahrzeuges nur dank raffinierter Geometrie bestimmen; im wesentlichen muss der Schnittpunkt von vier Kugeln berechnet werden. Empfängt das Navigationssystem nämlich die Signale eines ersten Satelliten, so kann daraus nur der Abstand des Fahrzeuges von diesem einen Satelliten ermittelt werden. Als Aufenthaltsort des Fahrzeuges kommen dann alle Punkte in Frage, die von Satellit 1 eben diesen Abstand haben, also alle Punkte auf einer gedachten Kugel um den Satelliten. Um die Position des Fahrzeuges *eindeutig* festlegen zu können, sind zwei weitere Satelliten nötig; und da sich das Fahrzeug überdies auf der Erde (der 4. Kugel) befindet, muss ein gehöriges Mass an Kugelgeometrie bemüht werden.
- Es stimmt schon, dass Online-Banking erst mit Computern und schnellen Leitungen möglich geworden ist. Damit die Daten aber *abhörsicher* transportiert werden können, müssen sie verschlüsselt werden, und alle modernen Verschlüsselungsverfahren basieren auf Mathematik, genauer: auf Zahlentheorie und einem trickreichen Umgang mit riesigen Primzahlen.

In all diesen Beispielen verhilft die Mathematik der Technik zu einem effektvollen Auftritt, aber wie so oft bei Auftritten misst der Betrachter dem Wirken im Hintergrund zu wenig Beachtung bei. So kann es passieren, dass jemand die Mathematik als weitgehend nutzlosen geistigen Sport für Exoten abtut und dabei in einem Flugzeug fliegt oder ein Auto lenkt, eine short message schreibt oder eine e-mail tippt, einen Lift benützt oder ein Gerät an eine Steckdose anschliesst, den Wasserhahn öffnet oder über den Flug einer Rakete staunt – und damit massenhaft Mathematik konsumiert. Es ist, als würde man regelmässig Milch konsumieren, aber am Sinn der Kühe zweifeln.

Ist Nützlichkeit ein nützliches Argument?

Ohne Mathematik läuft nichts. Erwächst daraus genügend Motivation, um Zweifler davon zu überzeugen, dass Mathematik unbedingt gelehrt und gelernt werden muss? Heute findet eine beispiellose Mathematisierung der universitären Disziplinen statt: Mathematik spielt eine zentrale Rolle in Physik und Chemie, in Medizin und Biologie, in Wirtschaft und Ingenieurwissenschaften, sogar in Architektur, Agronomie und Psychologie. Mathematik hat gewinnbringend Eingang gefunden ins Versicherungswesen, in die Telekommunikation, Klimatologie, Meteorologie, Datenkompression, Logistik, Industrie, usw. Es ist heute einfacher denn je, die Nützlichkeit der Mathematik auszuweisen. Wer ein Studium ergreifen will,

in dem Mathematik *keine* Rolle spielt, hat heute weniger als die Hälfte aller angebotenen Fächer zur Auswahl. Man muss den Bildungspolitikern vor Augen führen, dass die Mathematik für fast alle modernen technischen Errungenschaften ungeheuren und wachsenden Nutzen hat, dass selbst jemand, der eine Sprache studiert oder im Alltag höchstens Prozentrechnung benötigt, dank einer seriösen Ausbildung in Mathematik Verständnis erwirbt für komplexe Zusammenhänge unserer hochtechnisierten Welt und damit in die Lage versetzt wird, Urteile zu fällen zu vielen heute relevanten Themen. Und dennoch halte ich das Nützlichkeits-Argument für dürftig und wenig erfolgversprechend. Die Erfahrung zeigt, dass allein das Wissen um die Nützlichkeit eines Stoffes wenig Motivation dafür schafft, den Stoff seriös zu erlernen. Zudem erfährt die Frage, was nützlich ist und was nicht, je nach Zeit andere Antworten. Gibt es noch andere Gründe, die die Position der Mathematik im heutigen Bildungskanon stärken?

Winston Churchill lieferte, ohne es zu wollen, ein gutes Argument *für* die Mathematik: An den Rand eines Manuskriptes einer seiner Reden notierte er: „speak loudly, argument weak!“ – „laut sprechen, Argument schwach!“. Diese Randnotiz impliziert, dass Churchill der Meinung war, dass die Schwäche eines Argumentes mit rhetorischen Tricks überspielt werden kann. Das ist zweifellos wahr; Beispiele von „Argumenten“, die allein auf Grund der Umstände ihrer Äusserung überzeugen, bei genauer Analyse aber versagen, können täglich und überall gefunden werden. Oft sind sie so schwach, dass die Begründung nicht das mindeste mit der zu begründenden Aussage zu tun hat. Und dennoch verfehlen solche „Argumente“ ihre Wirkung nicht, teils, weil sie eben, wie bei Churchill, laut und bestimmt geäußert werden.

Training im Argumentieren

Hier kommt die Mathematik ins Spiel! Sie bietet, um es gleich vorwegzunehmen, eine ausgezeichnete Argumentationsschulung. Mathematik ist, genau besehen, ein riesiges Gebirge, aufgeschichtet aus Millionen von schlüssigen und hundertfach geprüften Argumenten. Jede einzelne Aussage wird peinlich genau begründet, wir sagen: *bewiesen*, indem aus älteren, schon bewiesenen Aussagen, aus Definitionen und aus Axiomen Argumentationsketten aufgebaut werden, die die aktuelle Aussage zweifelsfrei begründen. So wachsen Türme von mathematischen Aussagen in den Himmel, die deswegen so stabil und unanfechtbar sind, weil sie mit schlüssigen und standardisierten Argumenten verstrebt sind. Da in der Mathematik nicht einfach *irgendwie* begründet wird, sondern genau festgelegt ist, von welcher Art ein Argument sein muss, wie es aufgebaut sein muss, welche Typen von Argumenten in Frage kommen, bietet das alltägliche mathematische Tun ein Training im Argumentieren. Und da das mathematische Tun an Schweizer Schulen (glücklicherweise) nicht unmittelbare physische Konsequenzen hat, kann „wild drauflos argumentiert“ werden, können Argumentations-sackgassen beschritten, falsche Argumente entlarvt, raffinierte Argumente gefeiert werden, usw. Hauptsache ist, dass die Sensibilisierung für sachliches und schlüssiges Argumentieren zunimmt.

Alles Schöne im Leben hat einen Haken

Die Schauspielerin Mae West sagte einmal, alles *Schöne* im Leben habe einen Haken: Es sei entweder unmoralisch oder illegal, oder es mache

dick. Nun, Mathematik macht nicht dick, und es ist ganz sicher nicht illegal. Die Frage, ob Mathematik unmoralisch ist, ist heikler! Denkt man an Atombomben und Kriegsmaschinen, die nicht zum Segen der Menschheit gereichen und eine erschreckend eindrucksvolle Demonstration mathematischer (und natürlich auch physikalischer und technischer) Kompetenz sind, so wird die Frage zu einem harten Brocken. Solange aber Mathematik Mathematik bleibt, halte ich Begriffe wie ‚moralisch‘ oder ‚unmoralisch‘ für nicht angebracht. Zahlreiche Leserinnen und Leser, die nicht das Glück hatten, einen guten Mathematikunterricht zu erleben, mögen nun einwenden, dass die Mathematik auch nicht schön sei. Tatsächlich ist wie bei allem im Leben auch hier das individuell Erlebte dafür verantwortlich, welches Werturteil gefällt wird. Die Frage ist also nicht, ob die Mathematik *an sich* schön ist oder nicht; diese Frage ist gar nicht sinnvoll, weil etwas nicht an sich (also unabhängig vom subjektiven Erleben des Betrachters) schön sein kann oder nicht. Die Frage ist vielmehr, ob es der Mehrheit der heute aktiven Lehrkräfte für Mathematik gelingt, den Studierenden zu Erlebnissen zu verhelfen, die diese dann zum Werturteil ‚schön‘ veranlassen.

Hierzu ist sicher noch und immer wieder viel Einsatz nötig. Tröstlich ist, dass die Mathematik wenigstens die *Möglichkeit* zu schönen und befriedigenden Erlebnissen bietet. Wer einmal eine Mathematikerin oder einen Mathematiker beim Geniessen eines ganz besonderen mathematischen Satzes erlebt hat, wird den Gesichtsausdruck nicht mehr vergessen: Es ist der eines verliebten Menschen. Er entsteht aus dem Erleben vollkommener Symmetrie, überraschender Einfachheit, uneingeschränkter Übersicht, totalen Verstehens. Aber nur, wer das erlebt hat, wird das Adjektiv ‚schön‘ auf die Mathematik anwenden; andere mögen diese Wissenschaft, wie einst Goethe, als *Hexengewirre von Formeln* ablehnen. Es ist von entscheidender Bedeutung, ob und wie Mathematik erlebbar gemacht wird, und deshalb tun uns alle diejenigen Lehrkräfte keinen Gefallen, deren Schülerinnen und Schüler rückblickend kein gutes Haar an der Mathematik lassen. Es tut weh, die Klage einer Journalistin lesen zu müssen, wonach sie in ihrem Mathematikunterricht nie „auch nur einen Zipfel der ergreifenden Schönheit dieser Wissenschaft“ gesehen hat.

Mathematik ja, aber...

Wie alle anderen Stoffe, die für bildungsrelevant gehalten werden, muss sich auch die Mathematik periodisch der Frage stellen, warum sie gerade heute gelehrt und gelernt werden soll, mit welchen Inhalten und in welchem Mass. Gerade weil Bildungs- und Lehrpläne dazu neigen zu versteinern, ist eine regelmässige, kritische Analyse der mathematischen Schulstoffe besonders wichtig.

Vieles kann sich ändern: Einzelne mathematische Inhalte können an Bedeutung verlieren; so wird heute zum Beispiel die *Mengenlehre*, obwohl vor 30 Jahren hoch im Kurs, nur noch marginal behandelt. Und die *Darstellende Geometrie* wird aufgrund des Siegeszuges der CAD-Software an vielen Gymnasien gar nicht mehr angeboten. Zudem können sich Methoden ändern; so macht sich glücklicherweise seit einigen Jahren die Überzeugung in den Köpfen der Lehrpersonen breit, dass Studierende nicht einfach als Gefässe aufzufassen seien, in die die mathematischen Stoffe hineingepackt werden, sondern dass sehr viel gewonnen wird, wenn ihre Denkweisen und Leistungen ins Zentrum des Unterrichtes gerückt werden.

Schliesslich kann sich auch die Bedeutung der Mathematik insgesamt ändern, wenn auch sicher nicht kurz- oder mittelfristig. Die Mathematik ist seit 4000 Jahren ein ungeheuer effektiver und effizienter Weg, um gestaltend und formend in die Welt einzugreifen; böse Zungen werfen der Mathematik kaltblütigen Imperialismus vor, weil ihre Erkenntnisse eine nie geahnte Manipulation der physischen Welt ermöglichen. Es ist schon denkbar, dass die Mathematik eines Tages von einer anderen Wissenschaft konkurrenziert wird, welche ganz andere Wege aufzutut zur Herstellung technischer Produkte, und dass diese Wissenschaft dann in die Schulen Einzug hält. Die Mathematik ist ja nur *ein* Weg, die Welt zu sehen, nur *ein* Weg, der Weltsuppe, die uns umgibt, Gesetze abzuringen.

Trotz der enormen Bedeutung, die die Mathematik heute genießt, ist eine hohe Dotation in den Stundenplänen der Schulen nur sinnvoll, wenn Lehrpersonen wirken, die um die aktuelle Bedeutung der Mathematik wissen und um die Veränderungen, die sie durchmacht, die die mathematischen Stoffe in dem Umfeld präsentieren, in dem sie wirken. Das ist umso wichtiger, weil erwiesenermassen höchstens 20% des in einer Lektion vermittelten Stoffes mittelfristig überdauern. Es sind Lehrpersonen nötig, die auch die Rolle der Mathematik in der Gesellschaft thematisieren, die die aktuelle Anwendbarkeit aufzeigen, die die Studierenden an grossen Ideen und nicht bloss an formalistischem Tun Anteil haben lassen und die immer wieder Selbsttätigkeit einfordern. Nur wer die Zielhandlungen immer wieder selbst ausführt, lernt den Umgang mit Mathematik nachhaltig.